

追求理性的数学教育

——解读《理想国》的数学教育思想

韦旭 朱雁 (华东师范大学教师教育学院 200062)

摘要 柏拉图是一位数学哲学家和数学教育家,他在《理想国》中花大量篇幅论述了自己的数学教育思想:数学教育目的、数学教育的内容以及数学学习与教学思想。柏拉图将其数学教育思想贯彻在柏拉图学院中,培养出了多名数学大家。柏拉图的数学教育思想与众多当代数学教育家的观点不谋而合,在今天仍然充满生机,值得探究与学习。

关键词 数学教育思想;理性;柏拉图;理想国

文章编号 1004-1176(2023)11-0010-02

柏拉图是一名数学哲学家^[1],同时也是一名数学教育家,他将自己的数学教育思想充分贯彻在他创办的柏拉图学院中,培养出了多位数学家,例如证明了只存在五种正多面体的泰特图斯(Theaetetus)、创立严谨穷竭法的欧达克斯(Eudoxus)、《几何原本》的作者欧几里得(Euclid)……^[2]柏拉图在《理想国》中系统阐述了自己的数学教育思想,因此有必要对柏拉图在《理想国》中的数学教育思想进行解读。

本文首先在柏拉图的“世界二元论”的背景下介绍《理想国》中的数学教育目的、数学教育的具体内容以及数学的学习与教学思想,然后对数学教育目的两种取向进行讨论,并从本体论的角度对柏拉图提出的数学教育内容进行分析,最后将柏拉图的数学学习、教学思想与当代数学教育思想进行比较并得到启示。

1 数学教育目的

柏拉图将世界分为可感世界(可见世界)和理念世界(可知世界)。他认为人们现实生活所处的可感世界是对理念世界的描摹,可感世界是流变的,因可感世界的对象变动不居,可感世界不存在真正的知识,因此可感世界存在而不实在;理念世界是永恒不变的,人们只有通过思维才能知觉理念世界,理念世界具有实在性,真理只存在于理念世界中。

根据柏拉图在《理想国》中的论述,数学教育的目的可以分为现实应用和促使心灵转向。由于柏拉图在青少年时期亲眼目睹了雅典在伯罗奔尼撒战争中惨败于斯巴达人,他在《理想国》中特别强调了数学两大分支——算术和平面几何在统率军队和排兵布阵方面的用处,相比于数学的现

实应用目的,柏拉图显然更看重数学促使心灵转向的作用。

柏拉图在《理想国》中认为数学教育充当了连通可感世界和理念世界的桥梁,他用几何研究举例说明了数学的桥梁作用:个体在研究平面几何中的正方形或者圆形时,以形似的可感世界的事物为手段,但思考的却是具有共相特征的一般的正方形理念、圆形理念,图形理念相比于图形殊相不具有厚度,殊相只是对理念的模仿,理念只存在于思维中,个体经过思考接触到理念世界,数学一方面与可感世界流变的殊相接触,另一方面能接触共相,触及纯粹的理念世界^[3],于是在数学研究过程中,个体以殊相为手段,心灵在此时处于理智状态,对共相进行思考,个体的认知从对殊相的感性认识上升到对共相的理性认识,心灵也接触到理念世界,实现心灵从可感世界到理念世界的转向。

2 数学教育的内容

柏拉图在《理想国》中根据数学研究对象将数学教育内容分为算术、平面几何、立体几何、天文学和谐音学。具体来看每一部分内容:算术并不只是要求个体对可感世界的客观物体进行计算与数数,为了心灵到达理念世界,柏拉图要求个体研究理念世界的纯数,算术能训练个体的反应力、计算能力和理性思维,帮助个体的灵魂把握实在,为学习其他学科奠定基础。几何学是柏拉图极其重视的学科,在他创办的柏拉图学院门前就刻有一句话:不精通几何学的人勿入此门^[4]。平面几何的研究对象是永恒实在的图形理念,通过思考平面几何中较为深层次的事物,个体更容易把握理念世界的终极目的善理念,立体几何科目属于三维

尺度下的学习,其研究对象为立方体等具有厚度的事物的理念。《理想国》中的天文学和谐音学为数学的应用学科,柏拉图提出要像研究几何一样忽视可感世界的事物,以理念为思考对象,提出问题并建立数学模型进行天文研究^[5]。同样,柏拉图认为要从数字的角度对谐音学进行研究,谐音学的研究对象并不是音乐的旋律,而是可闻音之间数的和谐关系。以上五门科目联系紧密,立体几何为平面几何在三维空间的拓展,天文学为运动的立体之研究,同时,天文学和谐音学是算术和几何的应用学科,柏拉图要求学习者在深入掌握各科的基础上,弄清各科的联系并得出总体认识,提升理性思维。

柏拉图认为个体需要学习的数学研究方法为假设-演绎法,假设-演绎法需要有前置条件,例如在研究算术和几何时,个体须先假设基数和图形已知且绝对正确,在此基础上进行演绎推理获得数学结论。但由于假设-演绎法的前置条件被默认为自明的,没有经过严格证明,因此柏拉图不认同能够通过这种方法获得真正的知识。

3 数学学习与教学思想

柏拉图在《理想国》中针对数学教育提出了一系列数学学习与教学思想,可以将其分为以学生为主体的学习思想和以教师为主体的教学思想。

对学生来说,学习数学首先要有良好的记忆力,柏拉图认为对真理的热爱会让学习者在追求知识的道路上充满动力,因此学习数学需要强烈的兴趣。在学习者拥有对数学的兴趣的基础上,坚持不懈的精神同样为柏拉图重视,他认为学习的艰苦相比于肉体的劳累更有挑战性,学习者面对困难不轻易放弃才会到达知识的彼岸。从以上分析可以认识到柏拉图在学生具备基本认知条件的基础上,注重调动学生的主观能动性,使得他们主动进行数学学习,这体现了数学学习中的学生主体性。

柏拉图在《理想国》中谈论数学教育时表露出了一系列教育教学思想。柏拉图表示任何一个人学习算术、几何等科目时均不应该被强迫进行,他提倡寓教学于游戏中,通过游戏可以了解学生的天性以及提升学生的学习兴趣,进而调动学生学习数学的主观能动性。柏拉图重视数学教学的策略与方法,他认为数学教学过程中要由易到难,逐步深入,先学习算术,然后是二维的平面几何,进而是三维的立体几何,最后是数学的应用学科——研究运动三维物体的天文学和谐音学。柏

拉图还认识到了数学与其他科目的联系,即所谓“天性擅长算术的人,往往也敏于学习其他一切学科”^[6]。数学和其他科目的这种联系表明学习数学有助于学习其他学科,因此在教学时要考虑各学科的教学顺序,这种联系也提示了教师将数学与其他学科结合进行跨学科教学的可能性。

4 讨论

(1) 数学教育目的两种取向

《理想国》中数学教育目的可以分为促进心灵转向和现实应用,显然柏拉图更看重前者。然而当代教育界的一些学者对数学教育目的有不同的看法,弗赖登塔尔(Freudenthal)提出了现实数学教育思想:数学是有用的,学生要将学习到的数学知识应用到其他学科和现实生活中^[7]。实用主义教育家杜威(Dewey)认为数学要与生活紧密联系,实现对儿童生活经验的改造^[8]。在今天的数学教育中,数学在改造世界中的应用价值和培养人理性思维的作用均被各国教育界认同,并在各自国家的数学课程标准中体现^[9]。

(2) 本体论视域下的数学教育内容

柏拉图认为数学并不是由人类创造的,只是为人类发现。他对数学本体论的这一观念也被称作数学柏拉图主义,并影响着后世数学家对数学的认知,康托尔(Cantor)便认为数学家的工作是发现而不是发明^[10]。但数学柏拉图主义作为柏拉图客观唯心主义的产物,不能解释构造数学家的工作,因此也被一些数学家批评,弗赖登塔尔便认为“数学是人类的活动”^[11]。

在柏拉图看来,数学的研究方法为假设-演绎法,这与罗素(Russell)认为数学是逻辑演绎体系的观点相似。柏拉图对假设-演绎法有超越时代的认识,他认为假设-演绎法的前置条件没有经过严格证明,不一定能够获得真正的知识。

(3) 历久弥新的数学学习与教学思想

柏拉图在《理想国》中提出的许多数学学习与教学思想在今天仍然适用。在数学学习方面,柏拉图重视学生的主观能动性以及学习过程中的主体性,我国数学课程标准同样明确指出:学生是学习的主体^[12]。柏拉图认为学习数学不应该被强迫进行,学生需要对数学产生兴趣,当代数学教育家波利亚(Polya)提出的数学学习原则之一就是最佳动机原则:学生在数学学习过程中要有兴趣的激励^[13]。柏拉图提出的数学学习过程中学生应具备

(下转第72页)

率无关的随机过程情形称为马尔科夫过程.它是随机过程问题中的一种最重要的情形.在解决问题过程中,学生需要能够发现思维发散的点:特殊的部分(p_1, q_1 和 p_2, q_2)与一般的整体(p_n, q_n)和(p_{n+1}, q_{n+1})的关联、分析(图表法)与综合(递推关系)、逻辑演绎等,提升发现问题的能力、解决难题的能力,不断发展创新思维能力.

3 结语

高阶思维能力是可以培养的,“核心素养、高阶思维的培养必须以数学知识内容为载体,在教学中我们要深刻理解教学内容,挖掘其中蕴含的高阶思维培育素材”^[9]因此比较有效的方法是将内容、问题、教学进行整合,让学生投入到需要运用高阶思维的高阶学习中.教学中可以以一类问题的研究为主题,设置复杂的真实情境,引发学生分析、评价、创造的认知思维过程,通过问题解决外显学生的思维;通过解决跨知识领域的真实问题,训练学生从知识、经验的近迁移过渡到方法、思维的远迁移;还需通过对一些经典复杂问题的

分析和解决,培养学生的发散性思维.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版)[M].北京:人民教育出版社,2018.
- [2] 钟志贤.教学设计的宗旨:促进学习者高阶能力发展[J].电化教育研究,2004(11):13-19.
- [3] 钟志贤.促进学习者高阶思维发展的教学设计假设[J].电化教育研究,2004(12):21-28.
- [4] 林勤.物理教学中培养学生高阶思维能力的探索与实践[M].上海:华东师范大学出版社,2021:2.
- [5] 胡军,詹艺,严丽.面向初中数学课堂的高阶思维内涵框架构建[J].课程·教材·教法,2022(3):106-114.
- [6] 林勤.思维的跃迁:高阶思维能力的培养及教学方式[M].上海:华东师范大学出版社,2016:17.
- [7] 李金梅.基于学生高阶思维能力培养的跨学科课程整合设计[J].教育理论与实践,2021(20):45-48.
- [8] 陈小彬.高阶思维:超越“低阶”认知的全息思维[J].江苏教育(小学教学版),2017(10):34-36.
- [9] 谢俊峰.指向高阶思维的数学课堂教学实践与思考[J].中学数学月刊,2021(12):12-14.

(上接第11页)

备的认知条件、学习品质等在当代数学教育中同样被重视.在数学教学方面,柏拉图提出了一些数学教学的策略与方法,他认为教师要注意教学的顺序,教学内容要由易到难、逐步深入,波利亚针对数学学习顺序也提出了阶段循序原则:学生必须有序经历数学学习过程中低级到高级三个阶段^[13].

5 结语

柏拉图的数学教育思想与许多当代数学教育家的观点不谋而合,在今天仍然充满生机.数学教育实践者要重视数学教育培养理性思维的独特作用.例如,教师可以在教学几何等数学内容时有意脱离现实物理世界,要求学生对抽象数学内容进行思考,在教学数学研究方法时要求学生假设—演绎法进行批判性思考,达到提升学生理性思维层次的目的.数学教育实践者还要吸收柏拉图数学学习与教学思想的精华,如搭建脚手架教学、进行跨学科教学、通过数学游戏调动学生主观能动性,并将之融入实践,实现自我和学生的双重提升.

参考文献

- [1] WEDBERG A. Plato's Philosophy of Mathematics[M]. Westport, CT: Greenwood Press, 1955.
- [2] 魏良亚.数学教育的先驱——柏拉图[J].数学通报,1999(9):45-46.
- [3] 陈康.柏拉图《国家篇》中的教育思想[J].学原,1947,1(5):16-29.
- [4] Greek Mathematical Works: Volume I, Thales to Euclid[M]. Cambridge: Harvard University Press, 1939.
- [5] 张丽红.柏拉图《理想国》的数学教育思想[J].内蒙古师范大学学报(教育科学版),2007(12):80-81.
- [6] 柏拉图.理想国[M].郭斌和,张竹明,译.北京:商务印书馆,2009:190.
- [7] FREUDENTHAL H. Why to teach mathematics so as to be useful[J]. Educational Studies in Mathematics, 1968, 1(1/2): 3-8.
- [8] 杜佐周.数学的心理[J].教育杂志,1926,18(4):1-12.
- [9] 曹一鸣.十三国数学课程标准评介(小学、初中卷)[M].北京:北京师范大学出版社,2012:139,286,329.
- [10] 黄秦安.本体论视域下数学实在论的嬗变与评述[J].科学技术哲学研究,2013,30(3):7-12.
- [11] 孙晓天.现实数学教育的思想基础及其基本概念[J].学科教育,1995(9):16-19,22.
- [12] 中华人民共和国教育部.义务教育课程方案(2022年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2022:3.
- [13] 波利亚.数学的发现——对解题的理解、研究和讲授[M].刘景麟,曹之江,邹清莲,译.北京:科学出版社,2006:284.