

早期数学技能对中学数学学业成就的影响及神经基础初探

姬中天¹, 宋爽², 郭衍^{1,3}

(1. 北京师范大学 数学科学学院, 北京 100875; 2. 首都师范大学 教师教育学院, 北京 100048;

3. 国家教材建设重点研究基地(大中小学数学教材研究), 北京 100875)

摘要: 中小学阶段学生的学业成就是关乎社会发展的重要问题。了解学生学业水平的影响因素, 探索底层机制对提高学业成就具有积极的作用。然而, 行为层面的研究很难揭示复杂学习的基础规律。非侵入性脑影像技术的出现、优化和使用让进一步了解学生学习机制成为可能。研究对一项 10 年追踪研究中研究对象早期数学技能、初中时脑灰质体积及数学学业成就进行分析, 发现全脑灰质体积中介了早期数学技能对数学学业成就的预测作用, 并将模型对数学学业成就变异的解释率提高近一倍。关注数学学业成就生理机制的追踪研究有助于增加对学业成就影响因素的关注, 促进将研究成果更直接地运用于教育实践。

关键词: 早期数学技能; 数学学业成就; 磁共振成像; 灰质体积

中图分类号: G632 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894 (2025) 05-0071-07

引用格式: 姬中天, 宋爽, 郭衍. 早期数学技能对中学数学学业成就的影响及神经基础初探[J]. 数学教育学报, 2025, 34(5): 71-77.

1 研究背景

基础教育阶段的教学效果及学生的学业成就关乎社会发展的重要方面, 了解学生学业成就的早期影响因素及底层机制将对提高学业成就产生直接影响。数学是自然科学的重要基础, 并且在社会科学中发挥着重要作用, 数学的应用渗透到现代社会的各个方面。因此, 学生的数学学习也得到了教育工作者以及基础科研人员的密切关注^[1]。大样本研究表明: 基本数学技能与学生的数学学业成就之间存在着紧密的联系, 从早期行为指标的角度提供了改善学生数学学习的依据^[2-5]。中国学生在大型国际数学学业成就测试中一直有着优异的表现, 这和中国教育者及家长重视学龄前数学技能的培养有着不可忽视的关系^[6-7]。

影响学生数学学业成就的因素一直是研究者关注的热门话题。随着近年来脑科学与教育神经科学的迅速发展, 此类研究逐渐加深了教育者对学生认知行为的认识。同时, 脑科学研究证据的产生为理解学生学业成就的发展提供了重要的科学依据, 指导了数学学习障碍学生的干预与矫正^[8]。研究从早期数学技能与学生数学学业成就的科学研究入手, 通过对一项 10 年追踪研究中研究对象早期数学技能、初中时的脑灰质体积指标及数学学业成就水平进行关联分析, 探究早期数学技能与数学学业成就水平的神经机制, 促进脑科学的研究成果在数学教育中发挥作用。此外, 研究还进行了阅读学业成就的测试, 以验证早期数学技能和数学学业成就之间的特异性关系。

2 文献综述

2.1 早期数学技能

一直以来, 学龄期个体的数学能力发展是教育界的热点

话题^[9-11]。与其所处的家庭社会经济地位相比, 个体在 7 岁时的早期数学能力更能预测其 42 岁时的社会经济地位^[12]。早有研究者指出, 早期数学认知能力包括对数字、计算、测量等方面的认知能力。其中数字能力和计算能力应被视为早期数学认知能力中最为核心的能力^[13]。1998 年, 美国全国数学教师协会也提出, 早期数学能力应包括对数和数量关系、形状、空间等认识能力^[14]。2012 年 10 月, 中国教育部颁布了《3~6 岁儿童学习与发展指南》, 从健康、语言、社会、科学和艺术 5 个领域描述了该年龄段的学习与发展目标, 指导实施该时期的科学教育。其中, 指南在科学领域下设置了“数学认知”板块, 确立了“初步感知生活中数学的有用和有趣”“感知和理解数、量及数量关系”以及“感知形状与空间关系”3 个目标。随着时代的更新, 早期数学能力发展的理论不断丰富。模式能力、空间技巧等都在早期数学能力发展领域受到了关注^[15]。

早期数学能力的重点在于发展基本的数量技能^[16]。有研究者指出, 这其中应包括迅速理解一些较小的数字, 判断数的大小, 掌握数数规律, 以及掌握简单的加减算术运算等能力^[17]。Krajewski 和 Schneider^[5]提出一个早期数学技能的发展模型。该模型总共包括 3 个层次, 由低到高逐渐使个体理解数字与数量之间的关系。第一层级的技能是基本的识数技能 (numeracy), 其特点在于当进行数量比较的时候只能用“更多”“更少”等来形容, 这时个体对于数字和数量的认识是分离的。即使个体在两岁左右学会数数, 但也并不能意识到数字与数量的对应关系。第二层级的技能是掌握数字与数量之间的实际连接。此时, 个体可以将数字与实际物体的数量对应起来。第三层是在第二层级的基础上, 进一步发展出对数字进行抽象的整合或比较的能力, 从而可以进行简

收稿日期: 2025-08-10

基金项目: 国家社会科学基金教育学青年项目——基于跨学科问题解决的创造力评价框架及其数字化测评研究 (CHA230308)

作者简介: 姬中天 (1998—), 女, 山东潍坊人, 博士生, 主要从事数学教育评价测量研究。郭衍为本文通讯作者。

单的加减法运算。

2.2 早期数学技能与数学学业成就

关于早期基础数学技能与数学学业成就关系的研究对教学实施有重要指导作用。已有研究开始探索对幼儿期的学生开展早期数学教学以提升其技能^[18]，或针对早期数学技能较弱的学生建立认知补偿机制^[15]。然而，行为层面的研究难以深入揭示复杂数学知识学习及其习得过程的基本规律。随着科学研究技术的发展，无创脑成像技术的出现使得了解学生的学习机制成为可能。任务态功能磁共振研究发现，简单的计算过程主要引起视觉、初级运动、数字表征、执行控制等相关脑区的激活^[19]。此外，计算能力也和相应脑区的灰质体积存在显著关联^[20]。目前，关注数学技能的研究者主要将研究精力集中于了解数值处理及简单计算过程的脑活动上。但即使是相对简单的数值处理过程，也往往涉及不同的大脑区域。例如，双侧顶内沟常被认为负责数量内在的非语言表征，在数值的基本操纵方面起核心作用^[21]。Dumontheil 和 Klingberg 在一项追踪研究中发现学生的工作记忆、推理均可以显著预测其两年后的计算水平。以此为基础，该研究将左脑顶内沟的激活水平加入模型，结果发现预测能力提高了一倍^[22]。在双侧顶内沟之外，左侧角回、外侧裂等区域被认为支持数字的语言表征^[23]。计算也同样依赖于基于语言的事实检索，如简单的乘法运算^[24]。

基本认知加工过程，或其简单组合，并不直接等同于学业成就。虽然简单认知过程的研究已产生了丰富的结果，但仍无法对复杂认知加工进行直接推论。目前，考查学业成就神经基础的研究非常有限。虽然少数研究关注了数学学业成就，但研究结果也并不一致^[25]。例如关注数学问题解决过程的研究显示，高等数学能力和语言过程神经机制存在分离，主要激活双侧顶内沟和额叶背侧区域^[19, 26]。然而，当今学生的复杂数学问题，包括代数、几何等，依然涉及语义和概念的知识。Zhou 等人的研究结果表明数学问题的解决过程利用了大脑的语义系统^[27]。复杂数学学习过程的神经机制研究结果缺乏一致性，进一步的脑结构分析将与前人研究互相验证，深入剖析复杂学习的一般性神经机制。

目前，尽管一些研究利用追踪数据发现了学龄前阶段的早期数学能力对 7 年后学生的数学学业表现的预测作用^[28]，但其内在神经机制尚无明确证据。数学学业成就生理机制的追踪研究，在基础研究的学术性和研究成果向实际教学转化方面均有重要意义。一方面其将研究视角拓展到复杂的认知过程，了解复杂认知技能的早期预测指标及其生理基础；另一方面这类研究更有助于增加对学业成就影响因素的关注，将研究成果更直接地运用于教育实践。

3 研究方法

3.1 研究对象

研究对象来自于一项长期追踪项目。这些研究对象自 2 岁起（2001 年）每年接受一次一般认知技能及语言阅读能力的测查。原始样本共 309 人。5 岁时采用家长问卷对其早期数学技能进行评估，部分研究对象在 14 岁左右参加了磁共振扫描，并在初中毕业时（约 15 岁）接受了学业成就测

试。该套测试主要包括阅读学业成就和数学学业成就两个部分。所有测试均由经过培训的主试在学校或研究对象家中陪同进行施测，保证了测试的有效性和完成度。最终进入研究的研究对象共 47 人，其中男生 21 人，女生 26 人。

3.2 测试工具

3.2.1 早期数学技能

早期数学技能由研究对象 5 岁时家长报告的数学技能发展水平进行度量。报告共包括 3 个题项的 5 点量表，要求家长报告其完成相应级别数学任务的熟练程度。3 个题项分别为：（1）按照顺序从 1 数到 10；（2）用数字命名 10 以内物体的数量；（3）完成 10 以内的加法，分别对应 Krajewski 等人的早期数学技能的发展模型的 3 个层次^[29]。量表整体内部一致性为 0.60，信度达标。探索性因子分析结果显示，3 个题项的因子载荷均高于 0.4，具备良好的结构效度。

3.2.2 数学学业成就

数学学业成就测试题选自“中小学生学习能力表现研究”项目题库，每道试题均经过至少 500 名对应年级的学生测试，在经典测量理论和项目反应理论下试题信效度及各项测量指标均表现良好^[30-31]。题册由 18 道题目构成，包括填空题和解答题，研究对象需要在 90 分钟内完成。测试内容涵盖方程与不等式、函数、图形与几何、统计与概率 4 个方面，综合考查学习理解、实践应用、创造迁移等不同水平的数学能力。该测试的填空题部分根据正确与否进行 1、0 评分，解答题部分根据得分点进行分步计分。

3.2.3 阅读学业成就

阅读学业成就测试由 4 篇短文理解组成，共 16 道题。其中包括 12 道选择题和 4 道主观题，研究对象需要在 40 分钟内完成。选择题中，单项选择题根据正确与否进行 1、0 评分；多项选择题根据正确命中和误报数量总和评分。主观题则根据得分点分布计分。

3.2.4 MRI 成像

所有参加脑成像实验的研究对象均在北京师范大学脑成像中心完成扫描。接受扫描时平均年龄为 14 岁。扫描以西门子公司 3.0T MAGNETOM 超导磁共振仪进行全脑 T1 加权像扫描，重复时间 TR=2 530ms，回波时间 TE=3.39ms，反转时间 TI=1 100ms，翻转角 Flip Angle=7°，轴向切片数 axial slices=144，扫描视野 FOV=256×192mm²，体素大小 voxel size=1×1×1.33mm³。结构图像预处理由基于 SPM12 的 CAT12 (computational analysis toolbox) 工具包完成，所有图像经过偏差校正、标准化后，分割为灰质 (GM)、白质、脑积液。

3.3 数据分析

研究基于验证性因子分析得出早期数学技能 3 个题项的潜变量估计值作为早期数学技能的表现，并利用项目反应理论根据研究对象在数学学业成就和阅读学业成就每个项目得到的得分估计出研究对象的表现情况。最后，为避免年龄因素的干扰，研究优先选择灰质体积作为神经指标。基于上述指标，首先使用相关分析及偏相关分析考查变量间相关性，探讨早期数学技能及全脑灰质体积与两种学业成就表现相关的差异性。以此为基础，采用分层回归分析，以研究对

象数学学业成就为因变量, 控制该时间点研究对象年龄和性别后, 以早期数学技能和全脑灰质体积为自变量, 探究早期数学技能与学龄期脑结构指标的独立预测作用. 在此基础上, 针对早期数学技能、全脑灰质体积、数学学业成就建立潜在的中介模型, 利用 Bootstrap 法对中介效应进行检验和分析, 报告中介模型结果及效应量 R^2_{med} , 以考察脑指标中介早期数学技能和数学学业成就关联的程度.

4 研究结果

4.1 相关分析结果

早期数学技能调查结果显示, 95.4%的研究对象能按顺序从 1 数到 10, 74.2%的研究对象能完成简单加法, 91.5%的研究对象能准确说出 10 以内物品数量. 测试结果符合该年龄段个体认知发展水平^[32]. 表 1 呈现了早期数学技能、全脑灰质体积与数学、阅读学业成就的相关分析结果.

从零阶相关的结果可以发现, 阅读学业成就和数学学业

表 1 早期数学技能、全脑灰质体积及学业成就的相关分析结果 (n=47)

	1	2	3	4
1. 数学学业成就	—	0.386**	0.313*	0.314*
2. 阅读学业成就	0.400**	—	0.215	0.151
3. 早期数学技能	0.312*	0.206	—	0.330*
4. 全脑灰质体积	0.374*	0.172	0.301*	—

注: 左下角为控制性别及学业成就测试年龄的偏相关分析结果, 右上角为零阶相关分析结果. *表示 $P<0.05$, **表示 $P<0.01$.

表 2 数学学业成就的分层回归分析结果

模型	变量	标准化回归系数	P 值	ΔR^2
模型 1	性别	-0.069	0.655	0.5%
	年龄 (学业成就)	0.038	0.806	
模型 2	性别	-0.026	0.865	9.7%
	年龄 (学业成就)	0.062	0.680	
	早期数学技能	0.316	0.037*	
模型 3	性别	0.229	0.230	8.6%
	年龄 (学业成就)	0.094	0.517	
	早期数学技能	0.222	0.141	
	全脑灰质体积	0.415	0.041*	
			R^2	18.8%

注: *表示 $P<0.05$.

进一步的回归分析结果显示, 早期数学技能对 10 年后的数学学业成就具有重要的预测作用. 具体而言, 早期数学技能可以解释数学学业成就表现的变异程度为 9.7%. 该结果与前人研究一致, 表明早期数学技能在一定程度上可以预测其未来的数学学业成就. 并且, 在考虑到增加了全脑灰质体积这一预测指标后, 数学学业成就的解释率显著提升了 8.6%, 总共可达到 18.8% 的方差解释率. 这意味着除了早期数学技能外, 全脑灰质体积这一脑结构特征也可以对数学学业成就做出一定的预测. 此外, 在控制了性别和年龄后, 全脑灰质体积仍然具备独立解释数学学业成就的能力, 其独立解释率可达 13.9%, 超过早期数学技能 9.7% 的独立解释率. 这表明全脑灰质体积对数学学业成就的解释作用是独立于性别和年龄等因素的.

4.3 中介模型检验

通过对潜在的中介模型进行检验, 采用 Bootstrap 非参检验验证了中介效应的统计显著性. 结果表明, 中介效应统计意义上显著, 中介效应的 95% 置信区间为 [0.007, 0.225]. 这意味着全脑灰质体积在中介过程中发挥了重要作

成就与早期数学技能均表现出了不同的关联模式. 其中, 数学学业成就与早期数学技能呈显著的正相关关系 ($r=0.313$, $P<0.05$), 与全脑灰质体积之间的相关也同样显著 ($r=0.314$, $P<0.05$). 与之相对, 阅读学业成就与早期数学技能、全脑灰质体积则关联较弱 ($r=0.215$, $r=0.151$), 且均未达到统计意义的显著水平 ($P>0.05$). 同样, 偏相关分析结果可以发现, 无论是否考虑年龄及性别的影响, 数学学业成就与早期数学技能和全脑灰质体积都存在明显的相关关系. 然而, 这种关系在阅读学业成就中并未发现. 通过相关分析可以看出, 学生早期数学技能水平越高, 全脑灰质体积越大, 其中学数学学业成就水平就会越高.

4.2 回归分析结果

将研究对象数学学业成就作为自变量, 以学生性别、年龄等特征及早期数学技能、全脑灰质体积等指标作为因变量进行分层回归分析, 其结果如表 2 所示.

用, 如图 1 所示, 存在全脑灰质体积对早期数学技能与中学数学学业成就水平的完全中介, 效应量为 $R^2_{med}=0.058$. 这说明早期数学技能对学龄期数学学业成就的影响一定程度上与全脑灰质体积这一生理指标有关, 揭示了脑指标在解释早期数学技能对数学学业成绩影响过程中的中介作用.

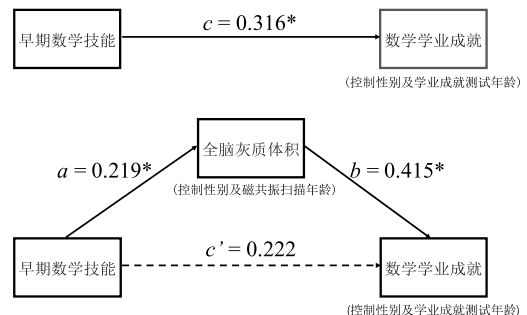


图 1 全脑灰质体积中介早期数学技能对数学学业成就预测作用

5 讨论

通过将行为追踪设计与脑结构成像相结合, 研究对早期数学技能、数学学业成就及全脑灰质体积的关联性进行了深

入分析. 研究结果显示, 早期数学技能对长时间跨度的数学学业成就存在比较可观的影响. 更重要的是, 这种影响存在学科特异性, 并且具有独特的生理基础.

长期以来, 以往的学科教育研究一直受到研究方法的局限, 难以对能力发展的底层机制进行深入挖掘, 仅能通过数据上的相关性进行因果关系的推测. 然而, 通过将教育学与认知神经科学的研究方法相结合, 利用追踪研究范式的优势, 可以为早期行为预测指标的稳定性提供支持, 并拓展数学教育成效早期预测指标的研究范围, 为进一步的挖掘与探索提供新的方向.

5.1 早期数学技能对数学学业成就的影响

随着信息技术的发展, 基础教育阶段对数学学科愈发重视, 了解学生数学学业成就的影响因素也变得愈发重要^[33], 而早期数学技能便是其中受到重点关注的预测指标. 研究发现, 幼儿园阶段的数学能力对学生小学阶段的数学成绩具有一定的预测作用^[34], 一年级学生的整数知识能够预测其七、八年级对分数的理解水平^[35]. 目前, 教育者已展开多种探索促进幼儿早期数学技能的发展^[36-37].

然而, 目前的追踪研究主要存在两方面局限. 其一, 多数研究的时间跨度十分有限. 如, Geer、Quinn 和 Ganley^[38]等人展开了一项 3 年的追踪研究, 探究学生在小学一至三年级期间数学成绩的预测因素. 事实上, 许多研究都难以跨越学段, 更不能达到跨越学前及基础教育中后期的时间跨度. 其二, 心理学背景的研究对数学学业成就的测量简单化、认知化, 停留在计算准确性等简单技能的考查, 未能体现高年级学生数学学业表现的要求, 更无法体现现代社会对数学学习结果的需求. 此项研究的验证可以拓展研究范围, 弥补已有研究的不足. 研究结果证实了学生早期数学技能可以有效预测 10 年后学生的数学学业成就, 包括高阶思维能力、复杂问题解决能力等, 突出了基础数学技能预测数学学业成就的长效性. 已有研究发现, 在控制了年龄、性别等因素后, 学生脑灰质的体积与母亲的教育水平这一家庭社会经济地位的重要指标呈显著相关^[39]. 而在此研究中, 尽管统计意义上未达显著, 但偏相关分析结果提示了这种关联稳定于年龄和性别. 研究表明, 学生的数学学习存在性别和年龄差异^[40-41], 进一步探究不同性别和年龄段孩子在数学学习中的差异和需求能为制定针对性的教育策略提供依据. 早期数学技能对数学学业成就的预测作用则具有独立于年龄和性别的稳定性. 此外, 有研究者指出, 在小学和中学学段, 学生阅读学业成就和数学学业成就的共同发展轨迹具有显著的异质性^[42]. 而此研究通过与阅读学业成就的对比可以发现, 学龄期技能确具有特异性影响, 这为数学技能的针对性训练与辅导提供了有效的数据支持.

5.2 早期数学技能预测作用的神经基础

Cunha 和 Heckman^[43]曾提出有关技能发展的动态因子模型. 该模型验证了早期技能较高的学生能更好地利用周边环境及后续投入进一步提升自己的技能. 事实上, 虽然已有研究证实了早期认知技能对学龄期数学学业成就的预测作用, 然而这种预测作用的内在机制却没有很好地论证^[44]. 特别是对于时间跨度较长的预测作用来说, 数据上的相关难以

提供可靠的预测证据. 同时, 一些研究表明, 特殊时期关键技能的获得也可能影响着学生早期数学能力和后期数学学业成绩的关系^[45].

根据脑的可塑性原理, 学生学龄前的行为及之后的长期发展会对脑结构产生影响^[46-47]. 而从另一方面出发, 当个体的神经系统发生变化时, 其外在行为表征也会进一步受到影响. 此外, 其它研究发现, 不同的神经表征不仅是数学问题解决能力个体差异的重要神经生物学特征, 也是数学能力较低的早期生物标志^[48]. 在此研究中, 通过验证中介效应, 很好地解释了 10 年时间跨度下基本技能与高水平数学能力之间的关系, 为长效预测提供了潜在的生理基础. 对这种生理基础的探索, 将揭示行为表征间紧密联系的内核与基础学习技能和复杂数学能力之间的关系, 初步打开学习机制的“黑匣子”, 为科学研究提供了新的途径和方向, 以深入了解学习机制、行为表征及脑结构之间的密切关系.

5.3 脑结构指标的独立预测作用

随着脑科学的发展, 越来越多的研究者开始关注脑区域、脑结构指标与数学教育之间的关系^[49]. 例如, 有研究者使用脑成像元分析的方法, 试图确认个体大脑中与数字技能和算数技能联系密切的大脑区域^[50]. 一直以来, 对于教育研究领域而言, 研究者往往期望神经科学研究方法的使用可以带来新的信息, 因此除了了解早期行为预测后期行为生理机制之外, 研究者更希望脑结构或脑数据可以提供早期行为指标无法提供的新信息.

神经效率假说表明, 智力更高的人具有更高的神经效率, 具体表现为具有更大的脑体积和更多的神经元数量, 但却有着较低的大脑活动水平. 然而, 在学生的数学学科学习过程中, 该现象却并未得到完全一致的结果. 有研究发现, 脑灰质体积的增加与学生的数学学业成绩的提高存在相关关系^[51]. 然而, 一些相关的脑电实验也发现, 相较于数学学习一般的学生, 数学学习更优秀的学生其大脑活动水平更高^[52]. 因此, 这一假说能否推广至数学教育领域仍需要进一步研究. 通过研究可以发现, 脑结构指标除了提供早期行为指标预测学龄期数学学业成就的生理基础以外, 还在早期行为之外有相对独立的变异解释率和解释能力. 之前的研究结果也表明了类似的发现, 即脑指标对数学能力或数学水平提高的预测力独立于传统行为指标, 甚至超过了传统行为指标的预测能力. 通过更深入的探索与验证, 这些研究为学生高年级数学学业成就的预测提供更为客观的学龄前指标.

6 研究结论

经过长期追踪调查, 研究得出结论: 早期数学技能对数学学业成就存在特异性影响; 全脑灰质体积在早期数学技能与数学学业成就之间起中介作用. 相较于横断研究数据, 纵向追踪范式一定程度上阐释了数学学业成就发展的因果机制, 并提供了更具说服力的证据支持. 此外, 脑结构指标的纳入也有效提升了数学学业成就变异的解释率, 为理解学生数学学业成就的生理机制提供了新的视角. 未来研究可进一步区分脑灰质发育的时序特征, 探究数学学习对神经回路的塑造效应等, 推动脑科学成果向数学教育实践的转化应用.

[参 考 文 献]

- [1] 郑舒畅, 郭衍. 立足当下展望未来: 初中数学课程新趋向——基于 OECD “学习框架 2030” 的义务教育新旧数学课程标准比较[J]. 数学教育学报, 2024, 33 (5): 1–10.
- [2] AUNIO P, NIEMIVIRTA M. Predicting children’s mathematical performance in grade one by early numeracy [J]. *Learning and Individual Differences*, 2010, 20 (5): 427–435.
- [3] 康丹, 文鑫. 早期儿童心理旋转的发展及与数学能力的关系[J]. 数学教育学报, 2018, 27 (5): 88–92.
- [4] KRAJEWSKI K, SCHNEIDER W. Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study [J]. *Journal of Experimental Child Psychology*, 2009, 103 (4): 516–531.
- [5] KRAJEWSKI K, SCHNEIDER W. Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study [J]. *Learning and Instruction*, 2009, 19 (6): 513–526.
- [6] OGUL I G, ARNAS Y A. Role of home mathematics activities and mothers’ maths talk in predicting children’s maths talk and early maths skills [J]. *European Early Childhood Education Research Journal*, 2021, 29 (4): 501–518.
- [7] SILVER A M, SWIRBUL M, TAMIS-LEMONDA C S, et al. Investigating associations between parent engagement and toddlers’ mathematics performance [J]. *British Journal of Developmental Psychology*, 2023, 41 (4): 412–445.
- [8] 路浩, 周新林. 数学认知与学习的脑科学研究进展及其教育启示[J]. 教育学报, 2012, 8 (4): 62–69.
- [9] 郭衍, 杜丙银, 姬中天. 指向核心素养的数学跨学科问题解决: 测评框架与应用效果[J]. 中国人民大学教育科学刊, 2025 (5): 5–18, 181.
- [10] 蔡军, 杨琼. 基于研究的早期数学能力评估工具的修订: 应用 Rasch 模型分析[J]. 数学教育学报, 2024, 33 (3): 64–70.
- [11] CAMPANA K. As easy as 1, 2, 3: Exploring early math in public library storytimes [J]. *Library Quarterly*, 2020, 90 (1): 20–37.
- [12] RITCHIE S J, BATES T C. Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status [J]. *Psychological Science*, 2013, 24 (7): 1 301–1 308.
- [13] BREWER J. Introduction to early childhood education: Preschool through primary grades [M]. Boston: Allyn & Bacon, 1990: 343–346.
- [14] NCTM. National Council of Teachers of Mathematics Principles and standards for school mathematics [M]. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000: 392–400.
- [15] RITTLE-JOHNSON B, ZIPPERT E L, BOICE K L. The roles of patterning and spatial skills in early mathematics development [J]. *Early Childhood Research Quarterly*, 2018, 46 (1): 166–178.
- [16] DAVIS-KEAN P E, DOMINA T, KUHFELD M, et al. It matters how you start: Early numeracy mastery predicts high school math course-taking and college attendance [J]. *Infant and Child Development*, 2022, 31 (2): e2281.
- [17] JORDAN N C, KAPLAN D, RAMINENI C, et al. Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes [J]. *Developmental Psychology*, 2009, 45 (3): 850–867.
- [18] HARDY J K, HEMMETER M L. Systematic instruction of early math skills for preschoolers at risk for math delays [J]. *Topics in Early Childhood Special Education*, 2019, 38 (4): 234–247.
- [19] AMALRIC M, DEHAENE S. Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2016, 113 (18): 4 909–4 917.
- [20] ISAACS E B, EDMONDS C J, LUCAS A, et al. Calculation difficulties in children of very low birth weight: A neural correlate [J]. *Brain*, 2001, 124 (9): 1 701–1 707.
- [21] DEHAENE S, MOLKO N, COHEN L, et al. Arithmetic and the brain [J]. *Current Opinion in Neurobiology*, 2004, 14 (2): 218–224.
- [22] DUMONTHEIL I, KLINGBERG T. Brain activity during a visuospatial working memory task predicts arithmetical performance 2 years later [J]. *Cerebral Cortex*, 2012, 22 (5): 1 078–1 085.
- [23] DEHAENE S. Varieties of numerical abilities [J]. *Cognition*, 1992, 44 (1–2): 1–42.
- [24] DEHAENE S, PIAZZA M, PINEL P, et al. Three parietal circuits for number processing [J]. *Cognitive Neuropsychology*, 2003, 20 (3–6): 487–506.

- [25] REN X Y, LIBERTUS M E. Identifying the neural bases of math competence based on structural and functional properties of the human brain [J]. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 2023, 35 (8): 1 212–1 228.
- [26] MONTI M M, PARSONS L M, OSHERSON D N. Thought beyond language: Neural dissociation of algebra and natural language [J]. *Psychological Science*, 2012, 23 (8): 914–922.
- [27] ZHOU X L, LI M Y, LI L N A, et al. The semantic system is involved in mathematical problem solving [J]. *Neuroimage*, 2018 (166): 360–370.
- [28] HANNULA-SORMUNEN M M, LEHTINEN E, RÄSÄNEN P. Preschool children's spontaneous focusing on numerosity, subitizing, and counting skills as predictors of their mathematical performance seven years later at school [J]. *Mathematical Thinking & Learning*, 2015, 17 (2–3): 155–177.
- [29] KRAJEWSKI K. Prävention der rechenschwäche [M] // SCHEIDER W, HASSELHORN M. *Handbuch der pädagogischen psychologie*. Göttingen: Hogrefe, 2008: 360–370.
- [30] 曹一鸣, 刘晓婷, 郭衍. 数学学科能力及其表现研究 [J]. *教育学报*, 2016, 12 (4): 73–78.
- [31] 郭衍, 曹鹏, 杨凡, 等. 基于课程标准的数学学科能力评价研究——以某学区七年级测试工具开发及实施为例 [J]. *数学教育学报*, 2015, 24 (2): 17–21.
- [32] MICHALCZYK K, KRAJEWSKI K, PRESSLER A L, et al. The relationships between quantity-number competencies, working memory, and phonological awareness in 5- and 6-year-olds [J]. *British Journal of Developmental Psychology*, 2013, 31 (4): 408–424.
- [33] 宋爽, 郭衍. 家庭背景因素对初中生数学学业成就的影响 [J]. *数学教育学报*, 2018, 27 (1): 52–57, 102.
- [34] MIX K S, LEVINE S C, CHENG Y L, et al. Separate but correlated: The latent structure of space and mathematics across development [J]. *Journal of Experimental Psychology-General*, 2016, 145 (9): 1 206–1 227.
- [35] BAILEY D H, SIEGLER R S, GEARY D C. Early predictors of middle school fraction knowledge [J]. *Developmental Science*, 2014, 17 (5): 775–785.
- [36] 卢凤, 黄晶, 赵源. 从具身认知看手指在早期数学教学中的作用与启示 [J]. *数学教育学报*, 2023, 32 (1): 55–58.
- [37] 朱娅, 刘晓川, 纪媛梦, 等. 材料感知丰富性对儿童早期数学问题解决的影响 [J]. *数学教育学报*, 2024, 33 (6): 70–76.
- [38] GEER E A, QUINN J M, GANLEY C M. Relations between spatial skills and math performance in elementary school children: A longitudinal investigation [J]. *Developmental Psychology*, 2019, 55 (3): 637–652.
- [39] SHI R, CHANG X, BANASCHEWSKI T, et al. Gene-environment interactions in the influence of maternal education on adolescent neurodevelopment using ABCD study [J]. *Science Advances*, 2024, 10 (46): eadp3751.
- [40] 陈婷, 覃若男. 西藏初中生数学学习投入现状调查——基于 16 430 名学生的实证研究 [J]. *数学教育学报*, 2023, 32 (3): 30–38.
- [41] 罗强, 于飞飞. 初中生数学成绩及个体因素影响机制的性别差异——基于 S 市初中生学业质量监测数据 [J]. *数学教育学报*, 2024, 33 (2): 27–33, 97.
- [42] SHI Q X, ERBELI F, RICE M, et al. The predictive role of early childhood dysregulation profile on the parallel growth trajectories of reading and math performance across elementary and middle school [J]. *Contemporary Educational Psychology*, 2023 (74): 102200.
- [43] CUNHA F, HECKMAN J J. Formulating, identifying and estimating the technology of cognitive and noncognitive skill formation [J]. *Journal of Human Resources*, 2008, 43 (4): 738–782.
- [44] WATTS T W, DUNCAN G J, SIEGLER R S, et al. What's past is prologue: Relations between early mathematics knowledge and high school achievement [J]. *Educational Researcher*, 2014, 43 (7): 352–360.
- [45] SIEGLER R S, DUNCAN G J, DAVIS-KEAN P E, et al. Early predictors of high school mathematics achievement [J]. *Psychological Science*, 2012, 23 (7): 691–697.
- [46] NATU V S, GOMEZ J, BARNETT M, et al. Apparent thinning of human visual cortex during childhood is associated with myelination [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2019, 116 (41): 20 750–20 759.
- [47] PETERS L, DE SMEDT B. Arithmetic in the developing brain: A review of brain imaging studies [J]. *Developmental Cognitive Neuroscience*, 2018 (30): 265–279.
- [48] CHEN L, IUCULANO T, MISTRY P, et al. Linear and nonlinear profiles of weak behavioral and neural differentiation between numerical operations in children with math learning difficulties [J]. *Neuropsychologia*, 2021 (160): 107977.
- [49] 王亚鹏, 董奇. 基于脑的教育: 神经科学研究对教育的启示 [J]. *教育研究*, 2010, 31 (11): 42–46.

- [50] ARSALIDOU M, PAWLIW-LEVAC M, SADEGHI M, et al. Brain areas associated with numbers and calculations in children: Meta-analyses of fMRI studies [J]. *Developmental Cognitive Neuroscience*, 2018 (30): 239–250.
- [51] WILKEY E D, CUTTING L E, PRICE G R. Neuroanatomical correlates of performance in a state-wide test of math achievement [J]. *Developmental Science*, 2018, 21 (2): e12545.
- [52] WAISMAN I, BRUNNER C, GRABNER R H, et al. (Lack of) neural efficiency related to general giftedness and mathematical excellence: An EEG study [J]. *Neuropsychologia*, 2023 (179): 108448.

Effects of Early Mathematics Skills on Middle School Students' Mathematics Achievements and a Preliminary Exploration of Neural Foundations

JI Zhong-tian¹, SONG Shuang², GUO Kan^{1,3}

(1. School of Mathematical Sciences, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;

2. College of Teacher Education Capital Normal University, Beijing 100048, China;

3. National Research Center for Educational Materials, Beijing 100875, China)

Abstract: Students' achievement is a crucial factor for societal growth. Analyzing the factors influencing students' academic performance and delving into the underlying mechanisms can lead to significant improvements. However, it is difficult to uncover the fundamental principles of complex learning just by studying behaviors. The emergence, optimization, and application of non-invasive brain imaging technologies have provided valuable insights into the mechanisms responsible for students' mathematical learning. This study analyzed early childhood mathematical skills, gray matter volume in junior high school, and mathematical academic achievement from a decade-long longitudinal cohort. The results indicated that whole-brain gray matter volume mediates the predictive effect of early mathematical skills on mathematical academic achievement, nearly doubling the model's explanatory power for variance in mathematical achievement. Focusing on the physiological mechanisms of mathematical academic achievement, this research enhances the understanding of the factors influencing academic performance, and facilitates more direct application of research findings to educational practice.

Key words: early mathematics skills; mathematics achievement; magnetic resonance imaging; gray matter volume

[责任编辑: 张楠、陈汉君]



重要声明

近期, 有编委、理事和热心读者反映, 有机构或个人冒用《数学教育学报》名义, 发布论文发表相关虚假信息, 骗取作者投稿并收取高额费用, 严重损害期刊声誉和作者利益。本刊特此声明如下:

(1) 《数学教育学报》未授权任何单位或个人进行网上征稿活动。盗用本刊名义进行有偿征稿、约稿、组稿、稿件录用等非法行为, 本刊将依法保留追究相关人员法律责任的权利。

(2) 《数学教育学报》目前对所有来稿均未收取审稿费、版面费等任何费用。凡是涉及收费的行为, 均为诈骗行为。

(3) 本刊官方唯一投稿途径为邮箱 sxjyxbbjb@vip.163.com。作者如对投稿、用稿有任何疑问, 可及时联系编辑部求证, 避免造成不必要的损失。

敬请各位同仁切勿轻信虚假信息, 谨防受骗。

《数学教育学报》编辑部