

指向核心素养的数学跨学科问题解决： 测评框架与应用效果

郭 衍 杜丙银 姬中天

(北京师范大学 数学科学学院, 北京 100875)

(北京师范大学 未来教育学院, 珠海 519087)

(北京师范大学 数学科学学院, 北京 100875)

摘要:培养学生跨学科问题解决能力是促进核心素养发展的关键途径,构建跨学科问题解决测评框架将为此提供行动指南。本研究首先梳理了相关研究成果并界定了数学跨学科问题解决的内涵,建构了一个由问题解决的态度、问题解决的策略、问题解决的过程以及问题解决的素养四维度构成的测评框架。其次基于该框架开展了实证研究,通过纸笔测试和问卷调查对测评框架的应用效果进行描述和解释。研究发现,该框架具合理性和实效性,能准确评价学生的数学跨学科问题解决能力。

关键词:数学跨学科;问题解决;核心素养;小学数学;测评框架

中图分类号:G623.5 **文献标识码:**A **文章编号:**2095-1760(2025)05-0005-14

一、研究背景

问题解决是培育学生必备品格与关键能力的基本要点,也是构建学习共同体不可或缺的组成部分^[1]。自1945年美国数学家波利亚提出数学问题解决以来^[2],关于“问题解决”的理论便不断发展。当前,新时代引领下的问题解决内涵更加丰富,呈现出跨学科化和情境复杂化的发展动向,研究者

收稿日期:2024-05-17

作者简介:郭衍,男,北京师范大学数学科学学院,教授,博士生导师。

杜丙银,男,北京师范大学未来教育学院,博士研究生。

姬中天,女,北京师范大学数学科学学院,博士研究生。(通讯作者)

基金项目:本文系北京市教育科学“十四五”规划优先关注课题:跨学科主题学习活动实践研究(项目号 CEDA24014)的阶段性研究成果。

们开始致力于跨学科问题解决的研究。

走向跨学科问题解决,是我国基础教育课程改革的重要趋势。2022年,《义务教育课程方案(2022年版)》发布。课程方案坚持素养导向,提出了“开展跨学科主题教学,强化课程协同育人功能”的基本原则,规定了“各门课程用不少于10%的课时设计跨学科主题学习”的实施要求^[3]。可见,当前我国的“跨学科”学习仍需在学科教学中深耕。如何将跨学科的先进理念融入学科内的教学实践,并进一步实现该领域下教学评的一致性已成为当今各学科的重要课题。其中,数学学科对跨学科的探索主要体现在“综合与实践”领域^[4]。《义务教育数学课程标准(2022年版)》不仅强调了该领域“以解决实际问题为重点,以跨学科主题学习为主,以真实问题为载体”^[5]的本质属性特点,还给出了针对各个学段的教学活动示例。如前所述,跨学科本就与问题解决息息相关。培养学生的问题解决能力,尤其是数学跨学科问题解决能力,已成为促进学生核心素养发展的关键途径。

培养学生数学跨学科问题解决能力,首先需要厘清数学跨学科问题解决的内涵,构建数学跨学科问题解决的测评框架,评价当前学生数学跨学科问题解决的水平现状。一方面,研究应注重跨学科的概念要求,即“以一门学科为主体,跨越其他学科设计活动”^[6];另一方面,研究应吸取问题解决理论的相关经验,聚焦学生的过程表现^[7]和情感态度^[8]。在此背景下,本研究以数学学科为主体,以核心素养为导向,综合考虑学生问题解决能力的外显行为和内在倾向,构建数学跨学科问题解决能力测评框架。

二、数学跨学科问题解决的理论基础

(一) 数学跨学科问题解决的内涵

数学跨学科问题解决的内涵由“数学跨学科”和“问题解决”两个语素的意义复合而成。其中,“数学跨学科”蕴含着基于我国教育实情的中国特色。新版课程方案和数学课标对厘清当前数学跨学科的概念具有重要的指导意义。其一,以真实情境为依托。既为“跨学科”,便不能只拘泥于传统的数学学科情境,真实情境的复杂性在一定程度上也保证了该问题必定涉及多个学科的知识内容。其二,以主体学科为基础。“数学跨学科”要求使用数学的方法和策略解决实际问题,其根本导向仍为数学核心素养。其三,以全体学生为主体,把握学生的身心发展和情感体验,设计相应的适龄化任务,引导培养正确的态度和价值观。

与“数学跨学科”这一先进概念不同,问题解决理论由来已久。如前所

述,最早提出数学问题解决这一概念的是美国数学家波利亚,旨在通过解决单一的数学问题获得新技能^[9]。1980年,Anderson将问题解决定义为“一系列有目的指向的认知操作过程”^[10]得到了许多研究者的认可。可以看出,前者局限于某一学科领域;后者则已跳出学科界限,并体现了对问题解决操作过程的关注。进入21世纪以来,问题解决被视为一项多学科挑战。大型国际测试PISA于2003年设置了问题解决这一专题测试项目,将问题解决定义为“当个体在面对真实世界的、非单一学科的情境时,个体利用理解、表征等思维认知过程解决问题的能力”^[11],突出问题解决贴近真实情境、融合多个学科以及强调过程本身等特点。2012年,PISA在其框架中添加了“个体处理问题情境时的主观意愿”^[12]这一情感因素的表述。这也被认为是问题解决内涵的又一重要补充。许多研究者同样认为,问题解决不只涉及认知因素,也有个体情感意愿、意志态度的介入,学生的心理力量对学习效果具有积极正向的作用^[13]。

综上所述,“问题解决”和“数学跨学科”两个概念虽然各有侧重,但又互联互通:问题解决承载着数学跨学科的时代内涵不断发展,数学跨学科以问题解决为实施载体落地实践。二者相互促进,互相推动,为促成我国在学科内部开展跨学科活动提供有力保障。本研究认为数学跨学科问题解决主要包含以下几个特征:①与数学问题解决不同,数学跨学科问题解决以其他学科任务为载体,强调内容的综合性和情境的复杂性。从跨学科情境中的问题出发,学生需要首先识别问题情境与任务,从中抽象出数学问题予以解答,并最终将解答迁移回到原问题情境评估解决效果。②与多学科问题解决不同,数学跨学科问题解决以数学核心素养为导向,强调过程的数学性和思维的逻辑性。学生需要经历数学化的过程,运用数学学科的基础知识、基本方法或基本策略,从而完成问题解决。③重视学生的心理因素,这贯穿着数学跨学科问题解决的全过程。

(二) 数学跨学科问题解决的测评框架

结合上述定义,数学跨学科问题解决作为一种高级能力,无论是个体经历的宏观过程,过程中的微观操作,操作时的情感变化,以及最终在不同学科任务中体现的核心素养,都受到了研究者的广泛关注。

1. 问题解决的过程

问题解决的过程在长期探索中积累了扎实的理论基础,波利亚在其著作《怎样解题》中提出数学问题解决的过程主要分为四步,包括:理解问题、拟定计划、实施计划及回顾^[14]。为了简化该模型,Funke将问题解决的过程概括为学习规则和应用规则两部分^[15]。与Funke一脉相承,Shute等人

2016 年提出四维度模型,将学习规则的过程解释为分析题目条件,应用规则的过程则进一步拆分为计划解决方案、高效使用资源以及监控评估三个环节^[16]。2021 年,Rott 等人构建了包括分析、计划、实施和验证四个环节的描述模型,重点强调了学生可能出现的“错误循环”^[17]。此外,现阶段国际上普遍认可的模型还有 PISA 2012 施测的四阶段过程模型,具体包括:探究与理解、表征与形成、计划与执行、监控与反馈^[18]。可以看出,大多研究者均认同理解、计划、执行、监控和反思是问题解决过程中的几个重要阶段。

2. 问题解决的策略

从宏观过程到微观操作,个体选择的策略反映了其操作过程的精神实质。问题解决的策略指学生在问题解决过程中通过分析问题情境进而选择的能使其问题成功解决的策略。现阶段,研究者们普遍以一类问题为基础提出一种解题策略的模式^[19],根据题目的特征对策略进行界定。聚焦到数学学科的问题解决策略,罗增儒提出了模式识别、映射化归、差异分析、分合并用、进退互化、正反相辅、动静转换、数形结合、有效增设及以美启真十种策略^[20]。顾泠沅也曾提出抽象概括、猜想反驳、演绎化归、计算算法、应用建模、分类、数形结合及特殊化八种策略^[21]。综合来看,前者根据题型进行了系统的剖析,后者则是从数学思想方法出发进行了阐述。这些策略本质上并不是互斥或相互对立的关系。各类策略相互交叉,从不同的角度阐释数学的思想和方法,有必要对这些策略进行进一步的提炼与整合。

3. 问题解决的态度

受波利亚理论的影响,以上研究大多只局限于问题解决中经历的行为和过程,却忽略了学生在面对问题、解决问题时的情感状态;仅通过纸笔测试完成对学生能力的评价,得到证据的来源也较为单一。事实上,评价学生问题解决更全面的观点应该包括认知、行为、情感、坚持性等各个方面。一般来说,问题解决的态度是指学生对待问题时反映出来的心理倾向。对学生问题解决的态度评价方式以问卷调查为主。其中,最具影响力的是 Heppner 制订的 PSI(Problem Solving Inventory) 自评量表,包括解决问题的信心、个体接近-回避问题的风格以及个人控制三个方面^[22]。

4. 问题解决的素养

在问题解决态度的影响下,学生在问题解决过程中表现出的学科核心素养,是学生跨学科问题解决能力的又一重要体现。对学生的核心素养进行评价,首先应具体化核心素养,体会、领悟核心素养的丰富内涵和价值追求^[23]。世界上多数国家在推行课程标准和制定教育目标的过程中,便已经展开了对核心素养概念和内涵的研究^[24]。在对核心素养的评价设计上,一

方面,可以实施聚焦核心素养的任务、制定清楚严格的评分规则,通过学生的作答情况评价学生的核心素养水平^[25];另一方面,可以在教学过程中动态追踪学生的能力变化,全面收集学生的表现信息,观察学生在不同素养上取得的进步和存在的困难^[26]。此外,研究者们普遍强调了测评核心素养任务的开放性,这也与数学跨学科问题解决的内涵一脉相通。

三、数学跨学科问题解决的测评框架解析

在借鉴上述理论研究的基础上,本研究构建了由问题解决的过程、问题解决的策略、问题解决的态度和问题解决的素养4个一级指标构成的数学跨学科问题解决框架(如图1所示)。为了能全面地测评学生的数学跨学科问题解决能力,该框架既包含了主观上学生的自我效能、坚持性等因素,又考虑了客观上测评内容的综合性及主体学科的学科特色。其中,问题解决的过程维度下设4个二级指标,四个指标层层递进,体现学生行为表现的同时也反映了学生在这—维度上的具体水平。问题解决的策略维度下设5个二级指标,关注学生是否能够灵活选择,并综合应用多种策略完成问题解决。问题解决的态度维度下设3个二级指标,共同刻画学生在跨学科问题情境中的态度表现。问题解决的素养维度则以小学数学核心素养为例,表现层下设有11个二级指标,更多体现的是维度的分解。

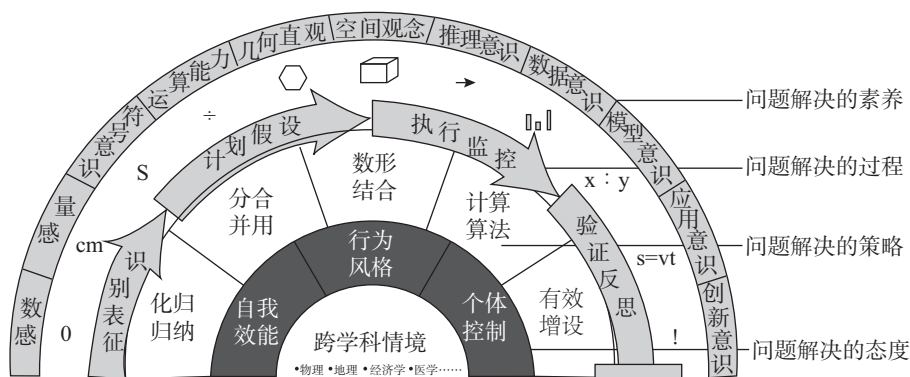


图1 数学跨学科问题解决的框架

1. 问题解决的过程维度

问题解决的过程作为体现学生解决问题的直接证据,是评价学生数学跨学科问题解决的重要维度。基于测评的目标,本研究侧重建构旨在描述学生在理想状态下完成问题解决时所经历的各个阶段的过程框架。综合讨论和分析,研究构建的过程维度的二级指标包括识别表征、计划假设、执行

监控和验证反思。

识别表征指理解问题的情境、初始状态和目标状态,识别问题的有效条件或无关信息;能用合适的文字、表格或图像表示问题中的代数关系、几何性质或逻辑规律。跨学科情境可催生出多种复杂的表征形式,例如公式、图形、表格,学生需要进行适当的协调以补充和支持核心问题的解决^[27]。数学跨学科问题解决起始于问题的识别和表征,学生能用数学的眼光看待跨学科情境中的问题,抽象出数学问题。

计划假设指结合已有的知识结构计划问题的解决方案或根据题目条件,提出合理假设。计划问题解决的方案或提出问题解决的假设包括许多不同的活动,例如概括、提取已有的经验,或寻找相似的问题进行迁移等。数学跨学科问题解决的过程通常是复杂的,在识别表征的基础上,学生需要进行整体构思并设计规划方案,能提出合理的假设或方案通常是学生解决问题的关键。

执行监控指根据计划采取行动实施方案或验证假设,使问题逐渐明朗。同时,在解题过程中实时监控,根据具体情况调整解决方案。学生在执行计划解题方案的过程中,实施、运用其已经掌握的知识和策略,直接明确地体现了学生的思维过程^[28]。同时,执行监控阶段是一个持续改进的过程,要关注执行过程中的错误,及时提出改进措施,并不断完善和优化解决方案或计划。在数学跨学科问题解决这一复杂过程中,学生容易在执行解题方案的过程中出现不同程度的错误,学生如何监控错误、分析错误,进而诊断错误的原因,完善解题方案,也体现了其在数学跨学科问题解决中的行为模式和能力水平。

验证反思指验证解题结果的正确性,反思该方法是否符合该问题情境、满足更多的社会或技术的要求。解决问题的迁移能力是解决问题的目的,而反思是迁移的必要过程,迁移是在问题解决过程中的生成与升华,将已有的学科知识经验迁移到跨学科情境中去,从而习得“类问题”解决能力^[29]。这一过程有助于培养学生的批判性思维、创造性思维,以及独立思考能力,提高他们的解题能力和学习成效。在数学跨学科问题解决的过程中,验证问题的正确性强调数学解答是否正确回应了从跨学科情境中抽象出的数学问题,而反思问题则重点关注该解答是否能迁移到跨学科问题的情境中去,从而解决跨学科情境中的问题,实现数学跨学科问题解决的过程循环。

2. 问题解决的策略维度

问题解决的策略与学生的操作、解答过程密不可分,该维度也是连接数

学学科与问题解决的重要桥梁。培养学生的数学思想,教授学生基本的数学策略是数学教育的基本任务。在数学化的阶段能选择合适的问题解决策略是学生能力的重要体现。基于文献综述,研究确立策略维度下的二级指标包括化归归纳、分合并用、数形结合、计算算法和有效增设。

化归归纳包括不直接解决原问题,而是对问题进行变形、分解、转化等,直至把原问题化归成某个(些)已经解决的问题,或学生容易解决的问题;观察、分析特殊现象,从而推导出一般性结论。例如从某些自然或实验现象中归纳出数学规律等问题。分合并用包括将题目中的每种情况一一列举后解决,然后总体完成;尽量集中题目条件和所得结论,使得能够全面地建立条件和结论的有机联系。例如解题过程中常用的枚举法、分类讨论法等都属于分合并用策略下的典型方法。数形结合既包括使用几何图形的性质,利用画图等方法解决代数相关问题;也包括首先将几何图形转化为方程等代数形式,然后再利用代数方法解决问题。计算算法是指利用题目所给的数量或定义的规则解决问题。有效增设则包括从个人的假设、猜想出发解决问题;通过引进参数等相关方法,将题目的复杂结构进行分解,同时增加运算关系从而解决问题。

3. 问题解决的态度维度

问题解决的态度作为学生过程表现的情感因素,是衡量学生数学跨学科问题解决能力不可或缺的一部分。OECD《学习框架 2030》指出,应注重培养学生在其行为惯性中创造新价值、协调矛盾和困境以及承担责任的能力^[30]。更具体地,这些能力应包括个人控制,自我效能,自身对问题的适应性等等。结合理论基础与目标导向,最终确立态度维度自我效能、行为风格和个体控制 3 个二级指标。

自我效能包括学生有信心解决问题的程度,认为自己具有解决问题的能力完成相应的任务。例如“即使一开始没有立刻找到解题的方法,我仍相信我有能力去解决大部分的问题”“许多问题对我而言,往往太复杂而难以解决”以及“当我做计划解决一个问题时,我有信心我的方法没问题”等,分别考查了在困难情境、一般情境以及陌生情境三种不同的情境下,学生对其自身问题解决能力的信心。行为风格是指学生在面对问题时,表现出靠近或躲避的行为趋势。例如“当解决一个问题的方法失败时,我不会反思为什么会失败”“当碰到一个复杂的问题时,我会花时间搜集信息帮助我了解问题”“当一个问题解决之后,我会去反思解题过程中,哪些地方做对了或哪些地方做错了”以及“当准备开始解题时,我会比较每种方法并思考哪一个更可能有效”等叙述,分别考查了在解题失败时、碰到复杂问题时、问题解决

后、准备开始解题时等情境下,学生个体的行为表现如何。个体控制则是指学生在解决问题时,认为自己能调节情绪和控制行为的程度。例如“当我解题失败后,我会对自己解决问题的能力感到不安”“有些时候,我没有停下来花时间去解题,而只是让自己马马虎虎或漫无计划地解题”以及“有时我会因为情绪不佳,导致无法想出解题的办法”等,分别考查学生在解题失败这一情境下个体控制情绪的能力、在一般情境下控制解题行为的能力,以及学生控制情绪和思考解题思路的关系。掌握学生对数学跨学科问题解决的态度、关注学生的情绪行为状态,有利于稳定学生的心理状态、改善教师的教学方法,从而提升教育成效。

4. 问题解决的素养维度

学生自身的核心素养与其在跨学科情境中的解答过程、心理变化密不可分,该维度也体现了主体学科在跨学科问题解决中的重要地位:以其他学科情境为依托,重点对学生体现的素养水平进行考查和评价。新课标详细阐述了核心素养在不同阶段的不同表现及其内涵。以小学数学为例,其具体表现为数感、量感、符号意识、运算能力、几何直观、空间观念、推理意识、数据意识、模型意识、应用意识和创新意识共 11 个二级指标^[31]。

如前所述,对学生核心素养的评价有过程性评价、结果性评价、生成性评价多种不同的模式,教师可根据评价目标和教学需求灵活选择重点考查的核心素养。新课标指出,学生应“会用数学的眼光观察现实世界”,“会用数学的思维思考现实世界”,以及“会用数学的语言表达现实世界”^[32]。“三会”层层递进,不仅是学生核心素养的内涵表达,更应该是衡量学生核心素养品质的重要支撑^[33]。

四、测评框架的应用效果检验

(一) 研究对象

本研究的研究对象是某高校两所附属小学的四、五年级学生。研究者实施诊断前分别对两所小学的教师进行了测评规则培训,并发送了《规则手册》,确保测评顺利进行。经过数据清理后,最终有效样本为 1 157 人。

(二) 研究工具

1. 数学跨学科问题解决测评卷

学生问题解决的过程、策略和素养通过纸笔测试诊断,时间为 60 分钟。为了体现学生问题解决的全过程,研究采用解答题的形式进行测评。经过与数学教育专家、教研员、一线教师及数学教育专业学生的多轮研讨与打

磨,最终确定共有 11 道试题,并组成 A、B、C、D 四套测评卷。测评卷各由 4 道题目构成,且均包含 1 道问题作为锚题。

2. 数学跨学科问题解决态度问卷

态度问卷改编自 Heppner 编制的 PSI 问卷中文版^[34],经过预测试及与一线教师的访谈,最终采用五点李克特量表的形式,确定问卷题目共 31 道,时间 10 分钟。其中,自我效能 10 题,行为风格 16 题,个体控制 5 题。

(三) 数据分析

研究采用经典测量理论(CTT)和项目反应理论(IRT)对研究工具进行质量分析。基于 CTT,研究计算了测评卷题目的难度(P)和区分度(D)^[35],并对态度问卷的信度和结构效度进行分析和检验。基于 IRT,研究评估了测评卷试题的拟合度。此外,研究还使用 IRT 得分呈现学生数学跨学科问题的表现,并基于潜在剖面分析对学生的能力水平进行划分。在分数的表示上,研究使用了美国大学入学考试委员会使用的标准分 CEEB 分数(CEEBS 分数 = $100 \cdot Z + 500$, Z 为标准分)。这种分数均分为 500,标准差为 100,方便教师和研究者对学生水平的理解。

(四) 研究工具的质量分析

1. 数学跨学科问题解决测评卷

从难度上看,低于 0.3 的难题有 3 道,6 道题目属于偏难的题目(0.3-0.6),1 道题目处于中等难度(0.6-0.75),1 道题为偏易题目(0.75-0.85)。整体上看,试题的难度符合预期。从区分度看,区分度良好的题目有 1 道(0.3-0.39),其余题目区分度均超过 0.4,表明区分度很好。整体区分度优秀。此外,所有题项加权的 MNSQ 均在 0.8-1.2 之间。这表明试题与模型的匹配度较好,具有较好的心理结构。

2. 数学跨学科问题解决态度问卷

态度问卷的信度检验采用内部一致性系数(Cronbach α 系数),使用 SPSS 分析得到问卷的整体信度为 0.856。其中,自我效能分量表的 α 系数为 0.713,行为风格分量表的 α 系数为 0.790,个体控制分量表的 α 系数为 0.650。可见,该问卷内部一致性均达到 0.65 以上,量表的信度较好。此外,研究还采用了验证性因子分析对结构效度进行检验。结果显示,CFI 值为 0.860,TLI 值为 0.836,RMSEA 估计值为 0.047,SRMR 值为 0.057。模型拟合良好证明该问卷具有较好的结构效度。综上所述,态度问卷具有一定的可靠性。

(五) 研究对象的评价结果

1. 数学跨学科问题解决能力表现

研究使用 Conquest 软件,基于 IRT 对学生数学跨学科问题解决的能力

值进行估计。结合图 2 可知,学生总体表现呈现右偏态,得分较低的学生比得分较高的学生人数多。整体上看,我国学生数学跨学科问题解决能力还需要进一步提高,这也与已有研究测试我国学生数学问题解决能力的结果吻合^[36]。结果表明,实施基于框架设计的研究工具可以对学生数学跨学科问题解决的能力表现进行恰当描述。

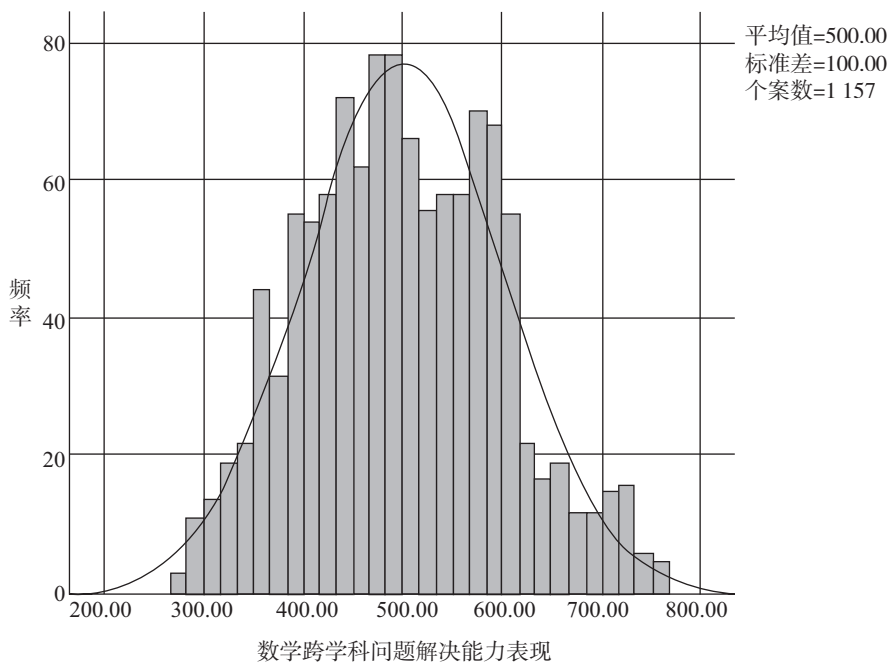


图 2 学生数学跨学科问题解决能力总体分布

2. 数学跨学科问题解决能力分群

研究共抽取了 1-6 类潜在剖面模型以对学生的数学跨学科问题解决能力进行水平的划分。由表 1 可知,当样本分成 5 类时,AIC 和 aBIC 值达到最小,Entropy 值达到最大,且分成五类的模型显著优于分成四类的模型($p\text{LMR} = 0.001\ 4$ 且 $p\text{BLRT} = 0.002\ 1$)。根据学生在测评卷和态度问卷上的表现,研究认为将学生依次划分为优秀、良好、中等、合格和不合格五类具有一定的合理性。此外,研究对不同水平的学生进行单因素方差分析,结果显示不同水平学生之间存在显著的差异(总体表现: $F = 3\ 707.703, p < 0.001$;过程维度: $F = 1\ 919.120, p < 0.001$;策略维度: $F = 1\ 003.701, p < 0.001$;态度维度: $F = 23.434, p < 0.001$;素养维度: $F = 1\ 049.430, p < 0.001$)。综上可知,实施基于框架设计的研究工具可对学生跨学科问题解决能力的表现进行分群。

表1 潜在剖面模型分析比较

模型	AIC	BIC	α BIC	p LMR	p BLRT	Entropy	Group size
1类	13 942.90	13 953.01	13 946.65	—	—	—	—
2类	13 929.62	13 949.84	13 937.13	0.001 1	0.001 6	0.437	720,437
3类	13 919.96	13 950.28	13 931.22	0.000 2	0.000 4	0.630	588,83,486
4类	13 892.92	13 933.34	13 907.93	<0.000 1	<0.000 1	0.749	387,458,84,228
5类	13 883.69	13 934.23	13 902.46	0.001 4	0.002 1	0.752	113,253,361,345,85
6类	13 887.67	13 948.32	13 910.20	0.802 9	0.804 9	0.699	124,9,231,364,344,85

五、结果与建议

(一) 结果与讨论

跨学科概念体现在课程方案中,体现出当前课程发展的导向。事实上,跨学科教育早已蔚然成风。与其他问题解决能力的测评框架相比,本研究首先依据文献综述自下而上地进行体系建构,吸取了传统的数学问题解决的经验^[37],增添了近年来问题解决理论发展的优势^[38];其次又以当前政策文件为目标导向自上而下进行完善补充^[39],使得该框架具有一定的全面性,能较为可靠地评价学生数学跨学科问题解决的能力。最终,研究厘清了数学跨学科问题解决的内涵,并构建了由问题解决的过程、问题解决的策略、问题解决的态度和问题解决的素养四个维度构成的测评框架,为新时代实施教学活动和质量监测提供重要的工具支撑。同时,在新课标的引领下,本框架更加强调了时代的发展性,突出弥补了学生在跨学科教育问题解决的素养容易被忽视的问题。只有立足学生核心素养的发展,才能更好地体现跨学科问题解决的教育理念和育人价值。

同时,研究对当前学生数学跨学科问题解决能力实施了评价,能对学生的数学跨学科问题解决能力的描述和分群提供丰富的证据支持。从教育工作者角度来说,测试学生该项能力有助于检验教学效果,巩固当前已有的优势。同时,研究能发现、弥补其中的疏漏和不足,有利于一线教学的调控和改进,对数学学科的教学也有一定的正面的反拨效应,为后续教学的改进提供参考。从学生角度来看,评价结果有助于学生了解当前自己的能力现状,明确今后在数学学习中改进的方向。研究结果表明,学生数学跨学科问题解决能力仍存在进步空间。数学跨学科问题解决能力对未来学生的发展至关重要^[40]。然而,以往的研究表明,当前学生的数学问题解决能力还需进一

步提高^[41]。本次的评价数据表明,62.8%的学生的数学跨学科问题解决能力达到了中等水平及以上,仅有9.8%的学生达到优秀的水平。综上所述,学生数学跨学科问题解决能力仍有进步的空间。

(二) 启示与建议

上述研究结果对于教师设计并实施跨学科教学活动,培养学生数学跨学科问题解决能力具有重要的启示:第一,为提升学生数学跨学科问题解决能力,一线教师应选择合适的跨学科问题情境,精心设计问题解决活动的全过程。在具体操作过程中,教师可根据学生的具体水平提供相应的过程支架,强调问题解决的过程。第二,为追踪学生数学跨学科问题解决能力的发展,应对学生的表现进行多维度全方面评价,并估计学生发生的变化量。以本研究为例,研究结果均为标准化分数,更加关注结果的真正效用^[42]。对此,研究提出如下建议:第一,提供信息化教学资源,为一线教师搭建起共享的教学平台^[43],加强学校内部教师的合作和交流;第二,设计个性化学习任务,基于因材施教的原则探索更高效的教学方法和手段,联动人工智能等先进科技,让教与学更加符合学生认知发展的规律。

六、结束语

将跨学科理念融入学科内部是基于我国国情做出的科学要求,彰显着我国基础教育的“中国特色”。各门课程能否高效执行攸关基础教育的先进理念能否真正落地、发挥实效。基于此,研究构建的数学跨学科问题解决测评框架既是响应教育变革需求的有效尝试,也为数学及其他学科融合跨学科理念、实现教学评一体化提供参考。研究表明,问题解决的过程、策略、态度和素养是评价学生数学跨学科问题解决的重要维度;基于该框架能对学生进行准确的能力水平刻画和能力分群评价,具有一定的以评促学、以评促教等效能。此外,框架在教学中能发挥诊断和鉴定作用。测试结果有利于教师更清晰各学生的能力水平在群体中的相对位置、捕捉学生个体能力的进步与变化^[44],真正贯彻新时代“改进结果评价,强化过程评价,探索增值评价,健全综合评价”的评价原则,创新评价体系,赋能人才培养。

参考文献:

- [1] 乔连全,高文.从数学问题解决功能的转变谈信息技术与数学教学的整合[J].教育科学,2005,21(06):23-26.
- [2][9][14][37] Pólya G. How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method[M].Princeton Uni-

- versity Press, 1945.
- [3] 中华人民共和国教育部.义务教育课程方案(2022年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [4] 郭衍,曹一鸣.综合与实践:从主题活动到项目学习[J].数学教育学报,2022,31(05):9-13.
- [5][31][32][39] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [6] 张紫屏.跨学科课程的内涵、设计与实施[J].课程·教材·教法,2023,43(01):66-73.
- [7] Strohmaier A R, Reinhold F, Hofer S, et al. Different Complex Word Problems Require Different Combinations of Cognitive Skills[J].Educational Studies in Mathematics, 2022,109(01):89-144.
- [8] 付婉迪,尹弘飏.高中生数学问题解决过程中的情绪因素[J].数学教育学报,2021,30(06):1-7.
- [10] Anderson J R. Cognitive Psychology and It's Implication[M].San Francisco: Freeman, 1980.
- [11][38] OECD. The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills[R].Paris: Organisation for Economic Co-operation and Development, 2003.
- [12][18] OECD. PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy[R].Paris: OECD Publishing, 2012.
- [13] 郭衍,曹一鸣.学习动机对学习效果影响的深度解析——基于大规模学生调查的实证研究[J].教育科学研究,2019,288(03):62-67.
- [15] Funke, Joachim. Dynamic Systems as Tools for Analysing Human Judgement[J].Thinking & Reasoning, 2001,7(01):69-89.
- [16] Shute V J, Wang L, Greiff S, et al. Measuring Problem Solving Skills via Stealth Assessment in an Engaging Video Game[J].Computers in Human Behavior, 2016,63:106-117.
- [17] Rott B, Specht B, Knipping C. A Descriptive Phase Model of Problem-solving Processes[J].ZDM-Mathematics Education, 2021,53(04):737-752.
- [19] Jiang C, Hwang S, Cai J. Chinese and Singaporean Sixth-grade Students' Strategies for Solving Problems about Speed[J].Educational Studies in Mathematics, 2014,87(01):27-50.
- [20] 罗增儒.数学解题学引论(第2版)[M].西安:陕西师范大学出版社,2001.
- [21] 顾冷沅.数学思想方法[M].北京:中央广播电视大学出版社,2004.
- [22] Heppner P. The Problem Solving Inventory[M].Consulting Psychologists Press Palo Alto, CA, 1988, 229-239.
- [23][33] 李星云.新课程标准理念下小学数学核心素养评价体系的构建[J].课程·教材·教法, 2023,43(04):112-119+126.
- [24] 王晶莹,梁宇晨,马云梦.国际核心素养研究进展与趋势的量化分析[J].中国人民大学教育学报,2017(02):116-130.
- [25] 杨滨,张炳林.学生问题解决能力综合测评法研究[J].电化教育研究,2017,38(08):24-30.
- [26] 刘敏,何冷飏.西班牙核心素养课程及评价改革[J].教育测量与评价,2017(07):30-34+49.
- [27] Chiara André, Paulina Lindström, Arzarello F, et al. Reading Mathematics Representations: An Eye-tracking Study[J].International Journal of Science & Mathematics Education, 2015,13(02):237-259.
- [28] 韩雨婷,肖悦,刘红云.问题解决测验中过程数据的特征抽取与能力评估[J].心理科学进展, 2022,30(06):1393-1409.
- [29] 王焕景,魏江明,费建翔.深度问题解决能力:概念特征、理论框架及培养路径——基于 AIGC 技术赋能视角[J].中国电化教育,2024(05):97-104.

- [30] OECD. The OECD Learning Compass 2030[EB/OL].[2023-11-25].<https://www.oecd.org/education/2030-project/teaching-and-learning/learning/>.
- [34] 骆宏,马剑虹.大学生抑郁症状、问题解决能力与压力感知的关系分析[J].中国临床心理学杂志,2004,12(04):367-368+364.
- [35][44] 郭衍,曹鹏,杨凡,等.基于课程标准的数学学科能力评价研究——以某学区七年级测试工具开发及实施为例[J].数学教育学报,2015,24(02):17-21.
- [36][41] 徐柱柱,蔡春霞.初中生数学问题解决能力及影响因素的调查研究——以河北省S市八年级学生为例[J].教育测量与评价,2018(07):41-46+56.
- [40] 李娜,赵京波,曹一鸣.基于PISA2021数学素养的数学推理与问题解决[J].课程·教材·教法,2020,40(04):131-137.
- [42] 郭衍,宋爽,曹一鸣.教育研究中效应量的使用:问题与建议[J].教育科学研究,2022(01):35-41.
- [43] 郭衍,曹一鸣.信息技术环境下数学教师教学知识调查研究与影响因素分析[J].教育科学研究,2015(03):41-48.

Interdisciplinary Mathematical Problem Solving Towards Key Competencies: Framework and Application

GUO Kan DU Bingyin JI Zhongtian

Abstract: Cultivating students' interdisciplinary problem solving ability is an important way to promote the development of key competencies, and the construction of an interdisciplinary problem solving assessment framework will provide a guideline for this. In this study, we first summarized the relevant research and defined the connotation of interdisciplinary mathematical problem solving through a literature review, and constructed an assessment framework consisting of four dimensions: process, strategy, attitude, and competency. In addition, we conducted an empirical study based on the framework, and examined the effectiveness of the framework through paper-and-pencil tests and questionnaires. Results showed that the framework had a certain degree of rationality and effectiveness, and can accurately evaluate students' interdisciplinary mathematical problem solving ability.

Key words: Interdisciplinary Mathematical Problem Solving; Key Competencies; Primary School Mathematics; Assessment Framework

一、指向核心素养的数学跨学科问题解决：测评框架与应用效果

郭 衍 杜丙银 姬中天



郭衍，北京师范大学数学科学学院教授，博士生导师，教育学博士。国家教材建设重点研究基地(大中小学数学教材研究)秘书长，国家《义务教育数学课程标准》和《普通高中数学课程标准》修订组核心成员。主持教育部规划项目重大课题、国家社会科学基金教育科学规划课题、北京市教育科学规划优先关注课题等。在《教育研究》《教育学报》《比较教育研究》《数学教育学报》等期刊发表论文五十余篇。获基础教育国家级教学成果二等奖、北京市基础教育成果奖一等奖等。

二、“国优计划”研究生的学习自我效能感：影响因素与作用机制

莫甲凤 陈明蓉

莫甲凤，广西桂林人，管理学博士，哲学博士后，中南大学副教授、高教所所长，中国教育发展战略学会高等教育专业委员会常务理事，研究领域为高等教育管理与政策分析、大学教学改革与拔尖创新人才培养；主持国家级课题2项、省部级课题6项，在《中国高教研究》《高等工程教育研究》等CSSCI来源期刊发表论文多篇。



三、大学生梦例中教育焦虑的深度解析

李宝斌



李宝斌，公共管理博士，教育心理学教授，国家二级心理咨询师，先后担任湖南文理学院芙蓉学院文学与社会科学系主任、教务处副处长、创新创业学院院长、教师发展中心主任等教学管理职务，中国民主同盟常德市第七、第八屆市委副主委，常德市政协第七、第八屆常委。共主持中国博士后面上资助项目和教育部人文社科基金项目各1项，湖南省省级课题10余项，其中重点课题2项；获得省级教学成果奖三等奖5项，其中1项为第一完成人；湖南省教育科学研究优秀成果二等奖1项；公开发表论文60余篇，其中20余篇发表在《高等教育研